

# 平行柱面屈折層を備えた Ray-Pixelカメラのキャリブレーション

植野 夏樹<sup>1,†1,a)</sup> 延原 章平<sup>1</sup> 松山 隆司<sup>1</sup>

**概要:** 本論文は、未知の平行柱面を屈折層として持つような光学系全体を Ray-Pixel カメラとしてモデル化することを目的とするものであり、対象空間側の光線群を入力として、平行柱面形状及びカメラ位置姿勢のパラメータ推定を行うアルゴリズムを提案する。本手法のアイデアは、カメラ側の光線群が屈折後も同一平面上に存在するような特異な平面が、平行柱面とカメラの投影中心で定義されることに着目する点にある。シミュレーション実験により提案手法の有効性を定量的に検証した。

## 1. 序論

コンピュータビジョンの分野における3次元形状計測やプロジェクションマッピングにおいて、これまでの研究の多くは、対象となる物体から投影中心まで光が直進するという仮定の下で行われてきた。従ってこれらは、投影機器と対象物体が共に同じ媒質中、多くの場合は空気中に存在する場合のみ適用することができる。しかし、水中撮影など、対象物体から投影中心までの光路において屈折や反射、散乱などが起こる投影環境下では、これらの現象を考慮する必要がある。本研究では屈折現象に焦点をあて、さらに平行柱面形状の屈折層を対象として、水槽を介した水中撮影に見られるような、投影中心-屈折層-対象世界の3層光学系のカメラモデル化及びそのキャリブレーションに取り組む。

具体的には、屈折層を含んだ光学系全体を、カメラ画素と対象空間の光線が対応付けられた Ray-Pixel カメラとしてモデル化し、この Ray-Pixel 対応を画素、視点に関して内挿、外挿された形で得ることを本研究の目標とする。

そのためには、実カメラ、対象空間の座標系の対応及び、屈折層の形状を知る必要がある。本研究では、定視点の Ray-Pixel 対応を入力として、実カメラと対象空間の座標変換、屈折層形状を推定する手法を示す。

## 2. 関連研究

屈折や反射を含む複雑な光学系に適用可能なカメラモデルとして、Ray-Pixel カメラモデルが提案されている [1]。

Ray-Pixel カメラモデルとは、カメラの各画素と、その画素を通る対象空間中の光線に対応付けたカメラモデルであり、そのキャリブレーション手法 [2][3][4] や、このモデルに基づいた水中3次元形状計測 [5][6] には様々な研究がなされているが、屈折層の幾何的な情報は明示的にモデル化されないため、カメラの移動に伴う光線の変化などは扱うことができない。

一方、屈折層の幾何的な情報を明示的にモデル化する研究として、Agrawal ら [7] は、平行平面群からなる屈折層に対するキャリブレーション手法を提案し、さらに Kawahara ら [8] は、そのモデルに基づく効率的な投影計算手法を提案した。

これに対して本研究では、屈折層の形状制約を平行柱面へと緩和する。Agrawal らは、既知の3次元点群とその投影像を入力としてキャリブレーションを行ったが、我々は、3次元光線群を入力とすることによって、平行柱面の形状とそれに対するカメラの位置姿勢を同時に得る手法を提案する。

## 3. 平行柱面屈折層を備えた光学系の Ray-Pixel カメラモデル化

### 3.1 前提条件

本研究では、以下の条件を満たす光学系を Ray-Pixel カメラとしてモデル化する。

- 光学系は、カメラの存在する空間、屈折層、対象空間の3つの領域からなり、それぞれの領域の媒質は均質である。
- 光の直進または屈折現象のみを扱う。
- 光線は全てカメラ側の空間→屈折層→対象空間の計2

<sup>1</sup> 京都大学大学院情報学研究科

<sup>†1</sup> 現在、東京大学大学院情報理工学系研究科

<sup>a)</sup> ueno@vision.kuee.kyoto-u.ac.jp

回屈折する。

- カメラの内部パラメータは既知である。
- 屈折層は特異点を持たない平行な柱面形状の境界面をもつ。

### 3.2 平行柱面のモデル

#### 3.2.1 平行柱面の定義

以下の条件を共に満たす2面  $S_1, S_2$  を平行柱面と定義する。

- $S_1, S_2$  は共に柱面である。  
柱面とは曲線を直線方向に掃引して得られる面である。掃引方向を母線と定義する。2つの柱面が平行な場合、それぞれの母線方向は一致する。
- $S_1, S_2$  は互いに平行である。  
 $S_1$  の各点から法線方向へ一定の距離にある  $S_2$  を  $S_1$  の平行曲面と定義する。 $S_1$  の各点の法線は  $S_2$  との交点における法線と一致する。

従って、平行な柱面  $S_1, S_2$  が与えられたとき、それらは以下の要素

- 柱面  $S_1, S_2$  の共通の母線方向  $e_g$
- 柱面  $S_1$  の底面に相当する、 $e_g$  と垂直な平面上の曲線  $C_1$
- 柱面  $S_1, S_2$  間の距離  $\tau$

に分解することができる。

#### 3.2.2 Circular Arc Interpolation による近似モデル

第3.2.1節で述べたように、2つの屈折面  $S_1, S_2$  は母線方向  $e_g$ 、2曲面間の距離  $\tau$  及び  $S_1$  の底面に相当する曲線  $C_1$  の要素に分解できる。さらに曲線  $C_1$  は Circular Arc Interpolation により近似的にモデル化することができる。Circular Arc Interpolation とは、制御点  $Q^{(1)}, \dots, Q^{(N)}$  が与えられたとき、それらの制御点の間を円弧または線分によって、微分が連続となるよう区分的に結ぶ補間法である。制御点  $Q^{(i)}$  の位置  $q^{(i)}$ 、制御点  $Q^{(i)}$  における曲線の法線  $m^{(i)}$  及び弧  $Q^{(i)}Q^{(i+1)}$  の曲率  $\rho^{(i)}$  によってパラメータ化される。

$C_1, C_2$  は平行であるので、曲線  $C_1$  が  $(\{q_1^{(i)}\}, \{m_1^{(i)}\}, \{\rho_1^{(i)}\})$  でパラメータ化されるとき、曲線  $C_2$  は、

$$\begin{cases} q_2^{(i)} = q_1^{(i)} + \tau m_1^{(i)} \\ m_2^{(i)} = m_1^{(i)} \\ \rho_2^{(i)} = \frac{\rho_1^{(i)}}{1 - \tau \rho_1^{(i)}} \end{cases} \quad (1)$$

からなる  $(\{q_2^{(i)}\}, \{m_2^{(i)}\}, \{\rho_2^{(i)}\})$  によってパラメータ化される。

### 3.3 平行柱面屈折層を備えた光学系のモデル化

第3.1節で述べた条件を満たす光学系のモデル化を図1に示す。このモデルで用いられる記号及びカメラパラメー

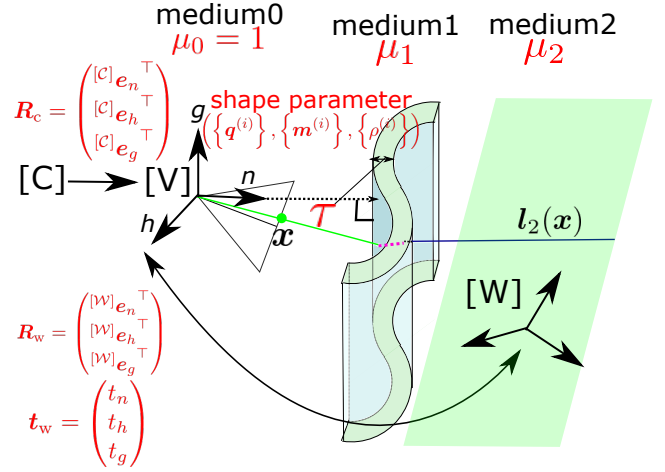


図1 カメラモデル

タを以下で定義する。

記号

- $[C]$ : 実カメラ座標系
- $[V]$ : 仮想カメラカメラ座標系  
仮想カメラ座標系については第3.4節で述べる。
- $[W]$ : 対象空間座標系
- $x \in \mathbb{R}^2$ : カメラ画素の画像平面における座標
- $l_0(x), l_1(x), l_2(x) \in \mathbb{R}^6$ : 画素  $x$  に対応するカメラ側の空間、屈折層内、対象空間における光線を表す直線  $l_i(x) = (p_i(x), d_i(x))$  ( $i = 0, 1, 2$ ) として表される。ここで、
  - $p_i \in \mathbb{R}^3$ : 直線の始点の位置ベクトル  
特に  $p_0(x), p_1(x), p_2(x)$  はそれぞれ、実カメラの投影中心、 $S_1$  における屈折点、 $S_2$  における屈折点を表す。
  - $d_i \in \mathbb{R}^3$ : 直線方向ベクトル  
ただし、 $\|d_i\| = 1$  を満たし、光線の逆投影方向を正の向きとする。
- $S_1, S_2$ : カメラ側の空間-屈折層、屈折層-対象空間の境界面
- $C_1, C_2$ : 柱面  $S_1, S_2$  の底面に相当する曲線  
曲面  $S_1, S_2$  及び曲線  $C_1, C_2$  の法線についてはカメラ側の空間から屈折層、屈折層から対象空間に向かう方向に定義する。曲線  $C_1, C_2$  の曲率は曲率中心が法線方向と一致する方向を正とする。また、曲線  $C_1, C_2$  上の各点において、母線方向とその点における法線方向が右ねじを成す方向をその曲線上の正方向と定義する。
- $n_1(x), n_2(x)$ : 画素  $x$  に対応する光線と屈折面  $S_1, S_2$  の交点における屈折面  $S_1, S_2$  の法線

なお、これらの記号について画素  $x$  との対応関係を明示する必要がない場合は、 $(x)$  を省略して表記する。また各座標系で記述されるベクトルを表す際は、ベクトルの左上の添え字に座標系の記号を入れ、 ${}^{[W]}l_0$  のように表記するが、

$[\mathcal{V}]$  に関しては明示する場合を除いて省略する。

#### カメラパラメータ

- 座標変換
  - $\mathbf{R}_c \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : [C] \rightarrow [\mathcal{V}]$  の回転行列
  - $\mathbf{R}_w \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \mathbf{t}_w \in \mathbb{R}^3 : [W] \rightarrow [\mathcal{V}]$  の回転行列, 並進ベクトル
- 屈折層形状
  - $\{\mathbf{q}^{(i)} \in \mathbb{R}^2\}, \{\mathbf{m}^{(i)} \in \mathbb{R}^2\}, \{\rho^{(i)} \in \mathbb{R}\} : \text{曲線 } C_1 \text{ の Circular Arc Interpolation によるパラメータ表示}$   
曲線  $C_1, C_2$  のパラメータ表現を特別に区別する際は,  $\mathbf{q}^{(i)}, \mathbf{m}^{(i)}, \rho^{(i)}$  の右下の添え字にそれぞれ 1, 2 を入れ,  $\mathbf{q}_1^{(i)}$  などとする。
  - $\tau \in \mathbb{R} : S_1, S_2$  間の距離
- 屈折率
  - $\mu_1, \mu_2 \in \mathbb{R} : \text{屈折層, 対象空間のカメラ側の空間に対する相対屈折率}$

#### 3.4 仮想カメラ座標系

実カメラの投影中心を原点とし, 以下に示す 3 軸方向を基底とする直交座標系を仮想カメラ座標系  $[\mathcal{V}]$  と定義する。

##### 3.4.1 母線方向

柱面  $S_1, S_2$  に共通な母線方向の単位方向ベクトルを  $\mathbf{e}_g$  とする。

##### 3.4.2 垂直入射方向

柱面  $S_1, S_2$  の法線のうち, 投影中心を通るものの単位方向ベクトルを垂直入射方向  $\mathbf{e}_n$  とする。柱面の任意の法線と母線は直交するので,  $\mathbf{e}_g \perp \mathbf{e}_n$  となる。

##### 3.4.3 水平方向

上記の 2 軸に直交する単位方向ベクトルを水平方向  $\mathbf{e}_h$  とする。すなわち

$$\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_g \times \mathbf{e}_n \quad (2)$$

である。

##### 3.4.4 座標変換の表現

以上の議論より,  $\mathbf{R}_c, \mathbf{R}_w, \mathbf{t}_w$  の成分表記は,

$$\mathbf{R}_c = \begin{pmatrix} [c]e_n^\top \\ [c]e_h^\top \\ [c]e_g^\top \end{pmatrix}, \mathbf{R}_w = \begin{pmatrix} [w]e_n^\top \\ [w]e_h^\top \\ [w]e_g^\top \end{pmatrix}, \mathbf{t}_w = \begin{pmatrix} t_n \\ t_h \\ t_g \end{pmatrix} \quad (3)$$

となる。

#### 3.5 投影計算

第 3.3 節で定義したパラメータを用い, 以下の手順によって任意のカメラ画素  $\mathbf{x}$  に対応する逆投影光線  ${}^{[W]}\mathbf{l}_2(\mathbf{x})$  を得ることができる。

- Step1 画素からカメラ側の光線への変換:  $\mathbf{x} \mapsto [c]\mathbf{l}_0(\mathbf{x})$
- Step2 光線の座標変換:  $[c]\mathbf{l}_0(\mathbf{x}) \mapsto [v]\mathbf{l}_0(\mathbf{x})$

- Step3 光線の屈折計算:  ${}^{[v]}\mathbf{l}_0(\mathbf{x}) \mapsto {}^{[v]}\mathbf{l}_1(\mathbf{x}), {}^{[v]}\mathbf{l}_1(\mathbf{x}) \mapsto {}^{[v]}\mathbf{l}_2(\mathbf{x})$ 
  - Step3.1 Ray-Arc 交差判定による交差区分の決定
  - Step3.2 交差区分における屈折点及び屈折方向の計算
- Step4 光線の座標変換:  ${}^{[v]}\mathbf{l}_2(\mathbf{x}) \mapsto {}^{[w]}\mathbf{l}_2(\mathbf{x})$

## 4. 提案手法

第 3.3 節で本研究で取り扱うカメラモデルのカメラパラメータを定義した。これらのパラメータの値を全て得ることを本カメラモデルにおけるキャリブレーションと定義する。第 4.1 節では本研究が取り扱う具体的な問題設定を述べ, 第 4.2 節以降でその問題設定における具体的なキャリブレーション法を示す。

### 4.1 問題設定

#### 4.1.1 前提条件

対象となる光学系について, 以下の条件を仮定する。

- $\mu_1, \mu_2 \neq 1, \mu_1 \neq \mu_2$   
すなわち, 各領域を成す媒質がそれぞれ異なるということである。空気中のカメラが, 水槽を介して水中を観測する場合などがこの条件に相当する。
- キャリブレーションには内部パラメータ既知の透視投影カメラを用いる
- 屈折層の屈折率  $\mu_1$  は既知とする

#### 4.1.2 キャリブレーションの入力

以下の情報がキャリブレーションに必要な入力である。

- 各画素  $\mathbf{x}$  に対応する 2 点以上の観測 3 次元点群の対象空間座標系  $[\mathcal{W}]$  における位置  $\{[w]\mathbf{y}_i(\mathbf{x})\}$   
これらの観測点から, 各画素に対応する対象空間上の光線  ${}^{[w]}\tilde{\mathbf{l}}_2(\mathbf{x})$  を得ることができる。
- 対象空間の光線方向を定めるための基準方向  ${}^{[w]}\mathbf{d}_{\text{ref}}(\mathbf{x})$   
例えば較正平面から 3 次元点の位置を獲得した場合, 光線の逆投影方向は, 較正平面のパターン表示面からその裏面に向いているはずなので, この平面の法線方向を基準として用いることができる。

### 4.2 概要

提案手法の概要を以下に示す。

- Step1 座標変換の推定
- Step2 屈折層形状の推定
- Step3 非線形最適化

また, 第 3.3 節での定義に加え, 以下の記号を用いる。

- $\mathbf{y}_i(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^3$ : 画素  $\mathbf{x}$  に対応する  $i$  番目の観測点の位置ベクトル
- $Y(\mathbf{x})$ : 画素  $\mathbf{x}$  に対応する観測点の集合
- $\mathbf{d}_{\text{ref}}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^3$ : 画素  $\mathbf{x}$  に対応する光線方向の正負判定の基準となる方向ベクトル

- $\tilde{\mathbf{l}}_2(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^6, \tilde{\mathbf{p}}_2(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^3, \tilde{\mathbf{d}}_2(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^3 : Y(\mathbf{x}), \mathbf{d}_{\text{ref}}(\mathbf{x})$  を元に推定される対象空間における光線及びその始点, 方向ベクトル.  
なお, 始点  $\tilde{\mathbf{p}}_2(\mathbf{x})$  は屈折点の位置を表す必要はなく, 単に光線  $\tilde{\mathbf{l}}_2(\mathbf{x})$  の通る任意の一点の位置を表している.
- $X$ : 2 点以上の 3 次元点が観測された画素  $\mathbf{x}$  の全体集合
- $X_e$ : 方向ベクトル  $\mathbf{e}$  に対し, 以下の式で定義される画素  $\mathbf{x}$  の集合

$$X_e = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{d}_0(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e} = 0\} \quad (4)$$

すなわち原点 (投影中心) を通り  $\mathbf{e}$  と直交する平面上の画素の集合を表す.

- $Y_e$ : 画素  $\mathbf{x} \in X_e$  に対応する全観測点の集合  
以下の式で定義される.

$$Y_e = \bigcup_{\mathbf{x} \in X_e} Y(\mathbf{x}) \quad (5)$$

なお, これらの記号についても, 必要がなければ  $(\mathbf{x})$  及び  $\mathbf{y}$  の右下の添え字  $i$  を省略して表記する.

### 4.3 Step1 座標変換の推定

#### 4.3.1 母線方向成分

本節では, 座標変換の母線方向成分  $^{[c]}e_g, ^{[w]}e_g, t_g$  及び対象空間の屈折率  $\mu_2$  の推定法を示す.

#### 軸方向の推定

スネルの法則に基づき, 線形制約式

$$\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g = \mu_2(\mathbf{d}_2 \cdot \mathbf{e}_g) \quad (6)$$

が得られる. 方向ベクトル同士の内積は座標系の取り方に依存しないため, 観測値  $^{[w]}\tilde{\mathbf{d}}_2$  を用いて,

$$^{[c]}\mathbf{d}_0 \cdot ^{[c]}\mathbf{e}_g = \mu_2(^{[w]}\tilde{\mathbf{d}}_2 \cdot ^{[w]}\mathbf{e}_g) \quad (7)$$

となる. 式 (7) を各画素  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{|X|}$  について並べると,

$$\mathbf{D}_c ^{[c]}\mathbf{e}_g = \mu_2 \mathbf{D}_w ^{[w]}\mathbf{e}_g \quad (8)$$

が成立する. ただし,  $\mathbf{D}_c$  および  $\mathbf{D}_w$  は観測値による行列

$$\mathbf{D}_c = \begin{pmatrix} ^{[c]}\mathbf{d}_0(\mathbf{x}_1)^\top \\ \vdots \\ ^{[c]}\mathbf{d}_0(\mathbf{x}_{|X|})^\top \end{pmatrix}, \mathbf{D}_w = \begin{pmatrix} ^{[w]}\tilde{\mathbf{d}}_2(\mathbf{x}_1)^\top \\ \vdots \\ ^{[w]}\tilde{\mathbf{d}}_2(\mathbf{x}_{|X|})^\top \end{pmatrix} \quad (9)$$

である. ここで,  $|\cdot|$  は集合の要素数を表す.

したがって,  $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_c & -\mathbf{D}_w \end{pmatrix}$  の最小特異値に対応する右特異ベクトルから,  $^{[c]}\mathbf{e}_g, ^{[w]}\mathbf{e}_g$  及び  $\mu_2$  を求めることができる.

#### 並進成分の推定

$\mathbf{e}_g$  が両座標系において推定できたため, 次は観測点集合  $Y_{e_g}$  を用いて並進成分  $t_g$  の推定を行う.  $X_{e_g}$  に属する画素に対応する光線は, 平行柱面の定義より, 対象空間においても  $nh$  平面上に存在する. したがって, 任意の  $\mathbf{x} \in X_{e_g}$  について,

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}_g = 0 \quad (10)$$

$$(^{[w]}\mathbf{y}(\mathbf{x}) + ^{[w]}\mathbf{t}) \cdot ^{[w]}\mathbf{e}_g = 0 \quad (11)$$

$$t_g = -^{[w]}\mathbf{y}(\mathbf{x}) \cdot ^{[w]}\mathbf{e}_g \quad (12)$$

が成立するので,

$$t_g = -\frac{1}{|Y_{e_g}|} \sum_{\mathbf{y} \in Y_{e_g}} ^{[w]}\mathbf{y} \cdot ^{[w]}\mathbf{e}_g \quad (13)$$

と推定できる.

#### 4.3.2 水平方向成分

本節では座標変換の水平方向成分  $^{[c]}\mathbf{e}_h, ^{[w]}\mathbf{e}_h, t_h$  の推定手法を示す.

#### 実カメラ座標系における軸方向の推定

$h$  軸方向の推定に関して,  $h$  軸が満たす以下の 2 つの条件を用いる.

(1)  $g$  軸と直交する.

(2)  $gn$  平面上の画素に対応する光線は, 対象空間においても  $gn$  平面上に存在する.

したがって, 条件 (1) に基づき, 第 4.3.1 節で得た  $^{[c]}\mathbf{e}_g$  と直交するように  $h$  軸方向の仮説  $^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h$  を生成し, その仮説を条件 (2) に基づく評価関数  $f(^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h)$  を用いて評価することによって  $^{[c]}\mathbf{e}_h$  を推定できる. すなわち,

$$^{[c]}\mathbf{e}_h = \arg \min_{^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h} f(^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h) \quad (14)$$

を  $^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h$  に関する総当たり探索によって解けばよい. 評価関数  $f(^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h)$  には仮説生成された  $gn$  平面上に存在する画素に対応する観測点群の, 最小二乗平面からの平均二乗距離を用いる. この評価関数は,

$$f(^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h) = \min_{^{[w]}\mathbf{e}} \left( ^{[w]}\mathbf{e}^\top \mathbf{V} (^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h) ^{[w]}\mathbf{e} \right) \quad (15)$$

の形で表される. ここで  $\mathbf{V} (^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h)$  は観測値から得られる半正定値行列,

$$\mathbf{V} (^{[c]}\check{\mathbf{e}}_h) = \frac{1}{|Y_{\check{\mathbf{e}}_h}|} \sum_{\mathbf{y} \in Y_{\check{\mathbf{e}}_h}} \mathbf{y} \mathbf{y}^\top - \frac{1}{|Y_{\check{\mathbf{e}}_h}|^2} \sum_{\mathbf{y} \in Y_{\check{\mathbf{e}}_h}} \mathbf{y} \sum_{\mathbf{y} \in Y_{\check{\mathbf{e}}_h}} \mathbf{y}^\top \quad (16)$$

である.

#### 評価関数の計算法

$^{[w]}\mathbf{e}_g$  を含む適当な正規直交基底の内の残り 2 成分を  $\mathbf{e}_{\perp 1}, \mathbf{e}_{\perp 2}$  とすると,

$$^{[w]}\check{\mathbf{e}}_h = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix} \mathbf{v}, \quad \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2, \quad (17)$$

と表せるので、

$$f^{([c] \check{e}_h)} = \min_{\mathbf{v}} \left[ \mathbf{v}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix}^T \mathbf{V}^{([c] \check{e}_h)} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix} \mathbf{v}_h \right] \quad (18)$$

より、すなわち半正定値行列  $\begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix}^T \mathbf{V}^{([c] \check{e}_h)} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix}$  の最小固有値が評価関数の値となる。

#### 対象空間座標系における軸方向及び並進成分の推定

推定された  $^{[c]}e_h$  に対し、 $\begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix}^T \mathbf{V}^{([c] e_h)} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix}$  の最小固有値に対応する固有ベクトルを  $\mathbf{v}_h$  とすると、

$$^{[W]}e_h = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{\perp 1} & \mathbf{e}_{\perp 2} \end{pmatrix} \mathbf{v}_h \quad (19)$$

のようにして  $^{[W]}e_h$  を得ることができる。並進成分  $t_h$  については、第 4.3.1 節と同様に、

$$t_h = -\frac{1}{|Y_{e_h}|} \sum_{\mathbf{y} \in Y_{e_h}} ^{[W]} \mathbf{y} \cdot ^{[W]} e_h \quad (20)$$

によって求めることができる。

#### 4.3.3 垂直入射方向成分

ここまでの過程で、座標変換の  $g$  軸、 $h$  軸成分が得られた。 $n$  軸の方向については残り 2 軸方向の外積から得ることができるため、本節では並進成分の推定法について述べる。

並進成分の推定は文献 [7] に倣って以下の方法により行う。投影中心から  $S_1$  と  $n$  軸の交点までの距離を  $t_0$  とすると、任意の  $\mathbf{x} \in X_{e_h}$  に対応する、対象空間における光線  $l_2$  は、

$$\mathbf{p}_2 = (t_0 + \tau) \mathbf{e}_n + \left\{ t_0 \frac{\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g}{\sqrt{1 - (\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g)^2}} + \tau \frac{\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g}{\sqrt{\mu_1^2 - (\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g)^2}} \right\} \mathbf{e}_g \quad (21)$$

$$\mathbf{d}_2 = \left\{ \sqrt{1 - \left( \frac{\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g}{\mu_2} \right)^2} \right\} \mathbf{e}_n + \left( \frac{\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g}{\mu_2} \right) \mathbf{e}_g \quad (22)$$

で表される。観測点  $\mathbf{y}_i$  が光線  $l_2$  上に存在する条件から、

$$\mathbf{d}_2 \times (\mathbf{y} - \mathbf{p}_2) = \mathbf{0} \quad (23)$$

が成立するので、 $h$  軸成分についてまとめることで

$$\forall \mathbf{x} \in X_{e_h}, \quad \mathbf{a}(\mathbf{x})^T \begin{pmatrix} t_0 \\ \tau \\ t_n \end{pmatrix} = b(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{x})^T = |Y(\mathbf{x})| \frac{\mathbf{d}_0(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}_g}{\mu_2} \left( \frac{\sqrt{\mu_2^2 - (\mathbf{d}_0(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}_g)^2}}{\sqrt{1 - (\mathbf{d}_0(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}_g)^2}} - 1, \frac{\sqrt{\mu_2^2 - (\mathbf{d}_0(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}_g)^2}}{\sqrt{\mu_1^2 - (\mathbf{d}_0(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}_g)^2}} - 1, 1 \right) \quad (24)$$

$$b(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in Y(\mathbf{x})} \left\{ \sqrt{1 - \left( \frac{\mathbf{d}_0(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e}_g}{\mu_2} \right)^2} (\mathbf{y} \cdot \mathbf{e}_g) - \frac{\mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{e}_g}{\mu_2} (\mathbf{y} \cdot \mathbf{e}_n) \right\} \quad (25)$$

を得る。これを  $X_{e_h}$  のすべての要素  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{|X_{e_h}|} \in X_{e_h}$

について連立させ、

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} t_0 \\ \tau \\ t_n \end{pmatrix} = \mathbf{b} \quad (26)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}(\mathbf{x}_1)^T \\ \vdots \\ \mathbf{a}(\mathbf{x}_{|X_{e_h}|})^T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ b(\mathbf{x}_{|X_{e_h}|}) \end{pmatrix} \quad (27)$$

を解くことで、 $t_0, \tau, t_n$  を得ることができる。

#### 4.4 Step2. 屈折層の底面形状の推定

次に、屈折層の底面に相当する曲線  $C_1, C_2$  の形状を推定する。 $\mathbf{e}_g$  及び  $\tau$  は既に得られているので、Circular Arc Interpolation を用いてパラメータ化された  $C_1$  について、各制御点の位置と法線を推定する。具体的な手順としては、まず初期点の位置と法線を獲得し、その正負両側について、逐次的に隣接制御点の位置と法線を推定することで曲線全体の形状を獲得する。

##### 4.4.1 初期点の獲得

第 4.3.3 節で求めた  $t_0$  を用いることで、初期点の位置  $\mathbf{q}^{(0)}$  とその法線  $\mathbf{m}^{(0)}$  は、

$$\mathbf{q}^{(0)} = t_0 \mathbf{e}_n \quad (28)$$

$$\mathbf{m}^{(0)} = \mathbf{e}_n \quad (29)$$

のように得られる。

##### 4.4.2 隣接点の逐次的推定

初期点から正負両方向について、逐次的に隣接制御点の位置を推定する。具体的な手順は以下の通りである。

- 制御点  $Q^{(i)}$  について、 $\mathbf{q}^{(i)}$  と  $\mathbf{m}^{(i)}$  を得る。
- 隣接制御点について、仮説  $\check{Q}^{(i+1)}$  及び  $\check{\mathbf{q}}^{(i+1)}, \check{\mathbf{m}}^{(i+1)}$  を生成し、弧  $Q^{(i)}\check{Q}^{(i+1)}$  を補間する。
- 補間された円弧  $Q^{(i)}\check{Q}^{(i+1)}$  に交差する光線による評価関数を用いて  $\check{Q}^{(i+1)}$  を評価する。
- 評価関数を最小化する点  $\check{Q}^{(i+1)}$  を隣接点  $Q^{(i+1)}$  と推定する。

##### 隣接制御点の仮説生成及び補間

一定の方位角毎に制御点を推定する。 $r^{(i)}, \phi^{(i)}$  をそれぞれ制御点  $Q^{(i)}$  の動径、 $n$  軸を始線とした方位角、 $\theta^{(i)}$  を制御点  $Q^{(i)}$  における曲線の法線の方位角  $\phi^{(i)}$  に対する角度とする。このとき、 $\mathbf{q}^{(i)}, \mathbf{m}^{(i)}$  は  $r^{(i)}, \phi^{(i)}, \theta^{(i)}$  を用いて、

$$\mathbf{q}^{(i)} = r^{(i)} (\mathbf{e}_n \cos \phi^{(i)} + \mathbf{e}_h \sin \phi^{(i)}) \quad (30)$$

$$\mathbf{m}^{(i)} = \mathbf{e}_n \cos(\theta^{(i)} + \phi^{(i)}) + \mathbf{e}_g \cos(\theta^{(i)} + \phi^{(i)}) \quad (31)$$

と表される。また、初期点  $Q^{(i)}$  については、

$$r^{(0)} = t_0, \phi^{(0)} = 0, \theta^{(0)} = 0 \quad (32)$$

である。 $r^{(i)}, \theta^{(i)}, \phi^{(i)}, \phi^{(i+1)}$  が与えられたとき、 $\theta^{(i+1)}$  の

仮説  $\check{\theta}^{(i+1)}$  を生成することで弧  $Q^{(i)}\check{Q}^{(i+1)}$  が,

$$\check{r}^{(i+1)} = r^{(i)} \frac{\cos\left(\frac{\check{\theta}^{(i+1)} + \theta^{(i)} + \Delta\phi^{(i)}}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\check{\theta}^{(i+1)} + \theta^{(i)} - \Delta\phi^{(i)}}{2}\right)} \quad (33)$$

$$\check{\rho}^{(i)} = \frac{\sin(\theta^{(i)} - \Delta\phi^{(i)}) - \sin\check{\theta}^{(i+1)}}{r^{(i)} \sin\Delta\phi^{(i)}} \quad (34)$$

のように補間される．ここで、 $\Delta\phi^{(i)} = \phi^{(i+1)} - \phi^{(i)}$  である．

#### 生成された仮説の評価

弧  $Q^{(i)}\check{Q}^{(i+1)}$  からなる区間の屈折面と交差するカメラ側の光線  $\check{l}_1$  について、屈折光を計算し、対象空間の光線とのねじれの距離を用いて評価する．始点  $\check{p}_1$ 、方向  $\check{d}_1$  の直線と、始点  $\check{p}_2$ 、方向  $\check{d}_2$  の直線のねじれの距離は、

$$\begin{cases} |(\check{p}_2 - \check{p}_1) - \{(\check{p}_2 - \check{p}_1) \cdot \check{d}\} \check{d}| & \text{if } \check{d}_1 = \check{d}_2 (= \check{d}) \\ \left| \frac{(\check{p}_2 - \check{p}_1) - (\check{d}_1 \cdot \check{d}_2) \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -(\check{d}_1 \cdot \check{d}_2)^2 & \\ & & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \check{d}_1 \\ & \\ -\check{d}_2 \end{pmatrix}}{(\check{d}_1 \cdot \check{d}_2)} (\check{p}_2 - \check{p}_1) \right| & \text{otherwise} \end{cases} \quad (35)$$

によって求めることができる．真の  $l_1, l_2$  については、屈折点で交差するのでねじれの距離は 0 となる．したがって各光線についてのねじれの距離の二乗和を評価関数として用い、これを最小化する  $\check{\theta}^{i+1}$  から隣接点  $Q^{(i+1)}$  を得ることができる．

### 5. Step3. 非線形最適化

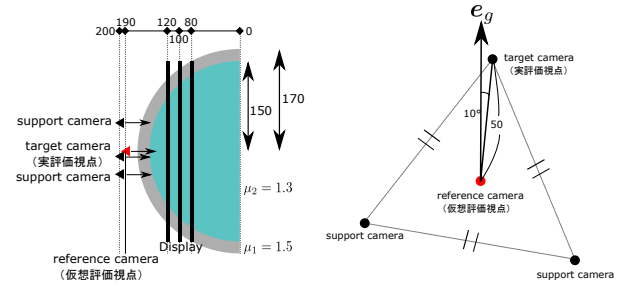
ここまでで全てのカメラパラメータが得られたので、これを初期解として非線形最適化を行う．第 3.5 節に示したように、カメラパラメータを用いて各画素  $x$  に対応する、対象空間における光線  $l_2(x)$  を計算することができるので、これと観測点  $y(x)$  との距離の二乗和を最小化する．

## 6. 評価実験

### 6.1 シミュレーション手順

提案手法によって推定されたカメラパラメータを用い、キャリブレーションに用いたカメラの視点及び仮想的に生成された視点（以降それぞれを実評価視点、仮想評価視点と呼ぶ）の各画素について対応する光線を計算し、真値と比較することでキャリブレーションの精度評価を行った．図 2(a)、図 2(b) に示すような設定下で、以下の手順でシミュレーションを行った．

- 屈折層は内径 150、外径 170 の同軸円柱とし、 $\mu_1 = 1.5, \mu_2 = 1.3$  とした．
- 屈折層の厚み  $\tau = 20$  についても既知とし、 $\mu_1, \tau$  以外を未知とした．
- 校正平面を用いた観測点位置の獲得を想定し、各画素に対する校正平面上的対応点の座標を量子化幅 0.15 で獲得した．
- 相対的位置姿勢既知の 3 つの校正平面の姿勢を元に対象空間座標系を構成し、観測点の対象空間座標系にお



(a) 母線方向から見た図 (b) カメラの光軸方向から見た図

図 2 シミュレーションの設定・配置

ける位置を獲得した．この際、得られた 3 次元点位置に正規分布ノイズを印加した．

- 母線軸方向推定の際にはカメラ 3 台を用い、以降のキャリブレーションではその内 1 台（実評価視点）のみを用いた．
- 仮想評価視点を、キャリブレーションで用いた 3 台のカメラの張る平面上でない位置に生成した．
- 推定された光線と真値との差については、2 直線の成す角度及びねじれの距離を用いた．

### 6.2 結果

まず、異なるノイズ量に対し 20 回ずつ試行した結果を示す．ノイズの分散の量子化幅に対する大きさ（以降ノイズレベルと呼ぶ）が 1.5 以上の試行については、母線軸方向の推定値が真値から著しく外れ、 $nh$  平面上の光線が観測できないことなどに起因してアルゴリズムの実行が不可能になることがあった．ノイズレベル 1.25 以下では全試行において、ノイズレベル 1.50 では 14 回の試行においてカメラパラメータを獲得することができた．ノイズレベル 1.75 以上では全試行においてアルゴリズムが途中で実行不可能になり、カメラパラメータを獲得することができなかった．また、カメラパラメータを獲得できた際も、推定された屈折面の領域内で交差しない光線については、屈折の計算が不可能であるため、評価から除外した．

実評価視点、仮想評価視点の光線の推定精度について、ノイズレベルに対する相関を図 3(a)、図 3(b) に示す．次に、ノイズレベル 1.00 の時の、1 回の試行における画素ごとの誤差の分布を図 4(a)、図 4(c)、図 4(e)、図 4(b)、図 4(d)、図 4(f) に示した．この際、実評価視点についての比較のため、観測点のみから推定された光線の真値との誤差も共に示した．

### 6.3 考察

まず母線方向の推定誤差について定性的に考察する．本シミュレーションにおいては観測値行列  $D$  の特異値及び

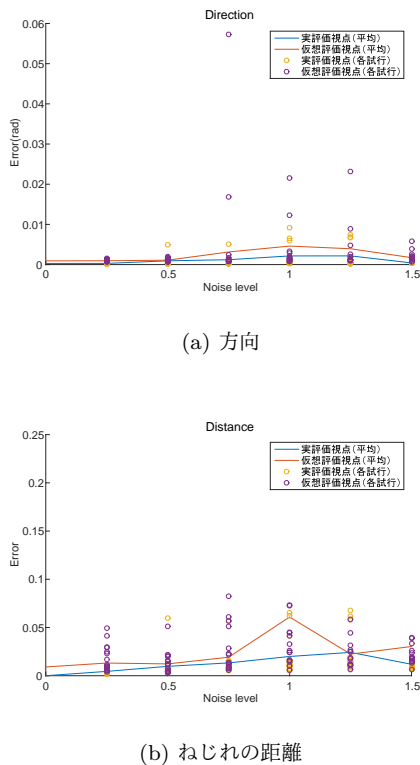


図 3 誤差のノイズに対する相関

右特異ベクトルについて、ノイズのない状況においては特異値の小さい順に  $g$  軸方向、 $h$  軸方向、 $n$  軸方向の右特異ベクトルが得られた。これらの内前者 2 つに対し、 $n$  軸方向に相当する特異ベクトルの特異値は、ノイズに対する増加が穏やかであり、ノイズが一定値を超えると前者 2 つの特異値よりも小さくなる傾向が見られた。これは光軸方向と画角の問題で、観測された光線の方向ベクトルについて、全域的に  $n$  軸成分が最も大きいため、3 次元的に等しい分散を持つノイズに対して最も影響が少なかったためであると考えられる。ノイズに対する影響は撮影環境や屈折層形状に依存することが考えられるため、これらの数値的、及び原理的縮退条件については考察の余地がある。

次に、本研究の目的でもある、Ray-Pixel 対応の内挿及び外挿の精度について考察する。本実験からは画素間の内挿としての精度を直接評価することはできないが、本手法が隣接画素に対する平滑化の作用を持っていることが図 4(a) から図 4(f) によって確かめられる。仮想評価視点については、直接観測を行った視点よりは精度が悪いものの、やはり直接観測点から推定される光線よりも誤差は小さいと言える。

## 7. 結論

ここまでの議論で、平行柱面屈折層を備えた Ray-Pixel カメラのモデル化及びキャリブレーション法の提案、そしてその精度評価を示した。第 6 章で示したように、提案手

法を用いることで、Ray-Pixel 対応の平滑化及び外挿が、直接観測点から光線を得る手法よりも高い精度で実現されたといえる。

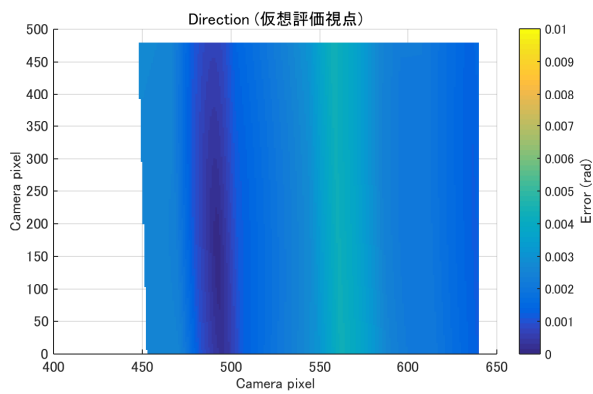
理論的な面におけるの今後の課題としては、縮退条件及びそれに対する解決策の有無の整理が必要である。また、本手法で用いた手法や理論の、より一般性の高いケースへの拡張、例えば母線方向推定法の一般的柱面屈折層への拡張などについても応用の可能性が検討できる。

実用化を見据えた観点では、一定以上の誤差に対してはアルゴリズムそのものが実行できない場合がある、推定できる屈折層形状の範囲の有限性から、外挿可能な視点位置や画素の範囲に限られるなどの問題が残っている。前者に関しては、そもそも母線方向には観測点が存在しないので、この観測条件を用いることや、複数台カメラの視点位置を分散させることで数値的縮退を防ぐなどの解決法が考えられる。後者に関しては、複数台カメラで推定形状を統合するアルゴリズムの設計などが今後の検討課題と考えられる。また、実際の撮影環境下のノイズは、正規分布よりも、平面の位置姿勢の誤差に基づくオフセット構造を持ったものや、バイナリパターンのデコードエラーのように外れ値を持つようなモデルに近いことを考慮しなければならないため、これらのノイズに対する振る舞いについても解析する必要がある。

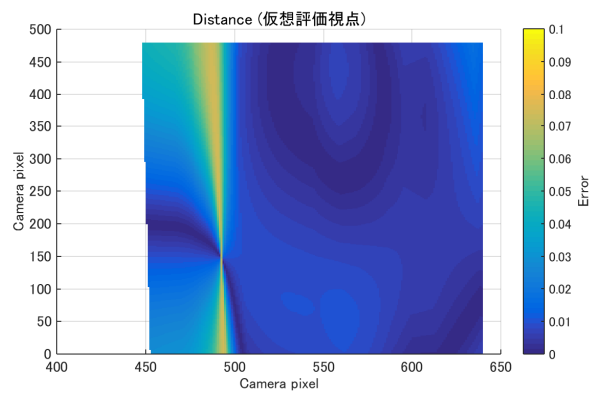
謝辞 本研究は科研費（課題番号 26240023）の補助を受けて行った。

## 参考文献

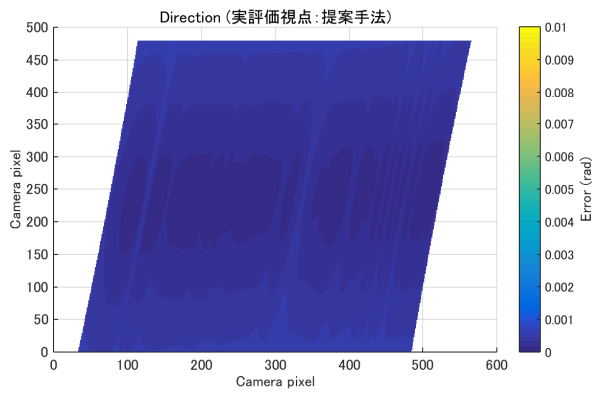
- [1] Grossberg, M. and Nayar, S.: The Raxel Imaging Model and Ray-Based Calibration, *IJCV*, Vol. 61, No. 2, pp. 119–137 (2005).
- [2] Sturm, P. and Ramalingam, S.: A Generic Concept for Camera Calibration, *ECCV*, pp. 1–13 (2004).
- [3] Nishimura, M., Nobuhara, S., Matsuyama, T., Shimizu, S. and Fujii, K.: A Linear Generalized Camera Calibration From Three Intersecting Reference Planes, *ICCV* (2015).
- [4] Miraldo, P. and Araujo, H.: Calibration of Smooth Camera Models, *PAMI*, Vol. 35, No. 9, pp. 2091–2103 (2013).
- [5] Trifonov, B., Bradley, D. and Heidrich, W.: Tomographic Reconstruction of Transparent Objects, *Proc. Eurographics Symposium on Rendering*, pp. 51–60 (2006).
- [6] Tomohiko, Y., Shohei, N. and Takashi, M.: 3D Shape from Silhouettes in Water for Online Novel-view Synthesis, *IPSJ Transactions on Computer Vision and Applications*, Vol. 5, pp. 65–69 (2013).
- [7] Agrawal, A. K., Ramalingam, S., Taguchi, Y. and Chari, V.: A theory of multi-layer flat refractive geometry., *CVPR*, pp. 3346–3353 (2012).
- [8] Kawahara, R., Nobuhara, S. and Matsuyama, T.: A Pixel-Wise Varifocal Camera Model for Efficient Forward Projection and Linear Extrinsic Calibration of Underwater Cameras with Flat Housings, *Proc. of ICCV2013 Workshop on Underwater Vision*, pp. 819–824 (2013).



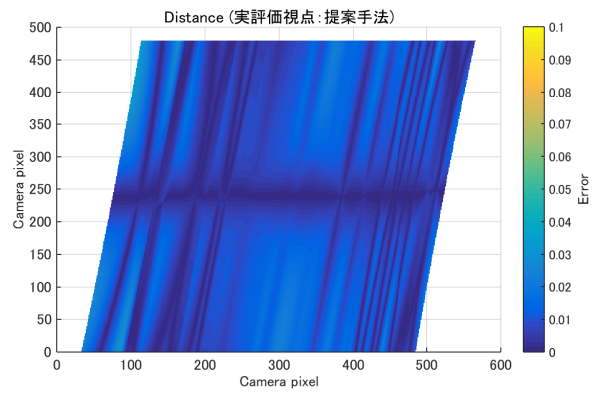
(a) 方向, 仮想評価視点



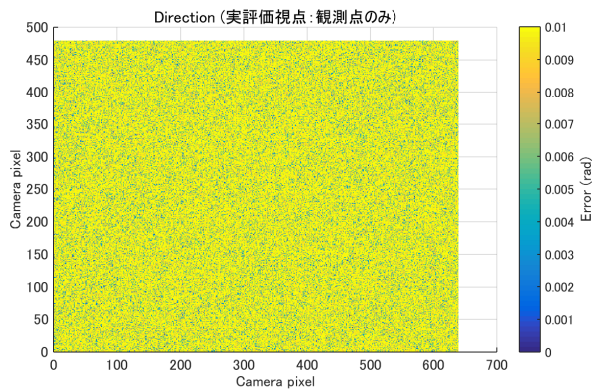
(b) ねじれの距離, 仮想評価視点



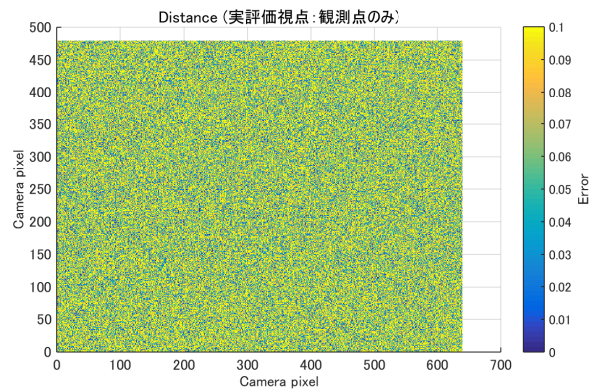
(c) 方向, 実評価視点: 提案手法



(d) ねじれの距離, 実評価視点: 提案手法



(e) 方向, 実評価視点: 観測点のみからの推定



(f) ねじれの距離, 実評価視点: 観測点のみからの推定

図 4 誤差の画素に対する分布